



**Universitatea Națională de Știință și Tehnologie**  
**POLITEHNICA București**  
**Facultatea de Științe Aplicate**



**FIȘA DISCIPLINEI**

**1. Date despre program**

|                                                   |                                                                                       |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.1 Instituția de învățământ superior             | <b>Universitatea Națională de Știință și Tehnologie<br/>POLITEHNICA din București</b> |
| 1.2 Facultatea                                    | <b>Științe Aplicate</b>                                                               |
| 1.3 Departamentul                                 | Matematică-Informatică                                                                |
| 1.4 Domeniul de studii universitare               | Științe ingineresti aplicate                                                          |
| 1.5 Programul de studii universitare              | Matematică și informatică aplicată în inginerie                                       |
| 1.6 Ciclu de studii universitare                  | Licență                                                                               |
| 1.7 Limba de predare                              | Română                                                                                |
| 1.8 Locația geografică de desfășurare a studiilor | București                                                                             |

**2. Date despre disciplină**

|                                                                 |                            |                       |                   |                        |   |                         |    |
|-----------------------------------------------------------------|----------------------------|-----------------------|-------------------|------------------------|---|-------------------------|----|
| 2.1 Denumirea disciplinei                                       |                            |                       |                   |                        |   |                         |    |
| (ro)                                                            | <b>Analiză reală</b>       |                       |                   |                        |   |                         |    |
| (en)                                                            | <b>Real Analysis</b>       |                       |                   |                        |   |                         |    |
| 2.2 Titularul/ii activităților de curs                          | Conf. dr. Andreea Bejenaru |                       |                   |                        |   |                         |    |
| 2.3 Titularul/ii activităților de seminar / laborator / proiect | drd. Daniela Gavrilă       |                       |                   |                        |   |                         |    |
| 2.4 Anul de studiu                                              | 3                          | 2.5 Semestrul         | I                 | 2.6. Tipul de evaluare | V | 2.7 Regimul disciplinei | Op |
| 2.8 Tipul disciplinei                                           | DD                         | 2.9 Codul disciplinei | UPB.13.D.05.A.145 |                        |   |                         |    |

**3. Timpul total (ore pe semestru al activităților didactice)**

|                                                                                    |    |                    |    |             |     |
|------------------------------------------------------------------------------------|----|--------------------|----|-------------|-----|
| 3.1 Număr de ore pe săptămână                                                      | 4  | Din care: 3.2 curs | 2  | 3.3 seminar | 2   |
| 3.4 Total ore din planul de învățământ                                             | 56 | Din care: 3.5 curs | 28 | 3.6 seminar | 28  |
| Distribuția fondului de timp:                                                      |    |                    |    |             | ore |
| Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe                        |    |                    |    |             | 14  |
| Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate |    |                    |    |             |     |
| Pregătire seminarii/ laboratoare/proiecte, teme, referate, portofolii și eseuri    |    |                    |    |             |     |
| Tutorat                                                                            |    |                    |    |             | 1   |
| Examinări                                                                          |    |                    |    |             | 4   |
| Alte activități (dacă există):                                                     |    |                    |    |             | x   |
| 3.7 Total ore studiu individual                                                    | 14 |                    |    |             |     |
| 3.8 Total ore pe semestru                                                          | 75 |                    |    |             |     |
| 3.9 Numărul de credite                                                             | 3  |                    |    |             |     |

**4. Precondiții (acolo unde este cazul)**

|                   |                                                                                                                                                                                                               |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4.1 de curriculum | Parcursarea și/sau promovarea următoarelor discipline: Analiză matematică, Algebră liniară, geometrie analitică și diferențială, Metode numerice (anul I de studii), Ecuatii diferențiale (anul II de studii) |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



|                                |                                                                                          |
|--------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4.2 de rezultate ale învățării | Acumularea următoarelor cunoștințe: derivate, integrale, produs scalar, normă, distanță. |
|--------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|

#### 5. Condiții necesare pentru desfășurarea optimă a activităților didactice (acolo unde este cazul)

|                                                            |                                                                                             |
|------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5.1 de desfășurare a cursului                              | Prezentarea cursurilor se face în mod direct - pe tablă - folosind creta albă sau colorată. |
| 5.2 de desfășurare a seminarului/laboratorului/proiectului | Seminarul se va desfășura într-o sală cu dotare specifică (tabla de scris).                 |

#### 6. Obiectiv general

Aceasta disciplină se studiază în cadrul domeniului Științe Inginerești Aplicate, specializării Matematică și Informatică Aplicată în Inginerie și își propune formarea capacităților de manipulare a conceptelor și formulelor specifice Analizei reale, prezentându-le în relație directă cu alte științe și aplicații practice, precum și completarea cunoștințelor studenților cu noțiuni teoretice și aplicative. Studenții care vor studia cursul nostru vor fi capabili să înțeleagă și să verifice îndeplinirea unor condiții specifice pentru ca anumite ecuații sau sisteme de ecuații neliniare, diferențiale ori integrale să admită soluție unică.

Disciplina abordează ca tematică specifică următoarele noțiuni de bază/avansate, concepte și principii specifice: produs scalar, normă, distanță, spații Hilbert, spații Banach, spații metrice, completitudine, contracție, convergență, șiruri Cauchy, Principiul contracției, norme operatoriale, ecuații integrale, proiecții, probleme de defalcare.

#### 7. Rezultatele învățării

|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Cunoștințe | <ul style="list-style-type: none"><li>• Identifică și descrie concepte, principii și metode de bază din matematică, fizică, chimie, desen tehnic, economie și informatică.</li><li>• Explică și interpretează rezultate teoretice și experimentale din matematică, fizică, chimie, economie, desen tehnic și informatică.</li><li>• Descrie, identifică, sumarizează concepte și noțiuni ingineresti și modul lor de aplicare în probleme concrete de uz general specifice programului de studii.</li><li>• Definește noțiuni fundamentale, specifice disciplinei: normă, distanță, produs scalar, normă, distanță, șir Cauchy, șir convergent, proiecție etc.</li><li>• Clasifică corect ecuațiile studiate.</li><li>• Recunoaște formulele de calcul specifice problemelor concrete studiate.</li><li>• Utilizează cunoștințele de bază asimilate pentru explicarea și interpretarea unor procese asociate domeniului (verificarea îndeplinirii unor condiții suficiente de existență și unicitate a soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații neliniare).</li></ul> |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Abilități                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Operează cu concepte, principii și metode de bază din matematică, fizică, chimie, desen tehnic, economie și informatică.</li> <li>• Rezolvă probleme de matematică, fizică și chimie cu aplicabilitate în inginerie și validează soluția obținută.</li> <li>• Selectează și grupează informații relevante într-un context dat.</li> <li>• Elaborează un text științific.</li> <li>• Rezolvă aplicații practice.</li> <li>• Identifica corect modelul matematic care se aplica problemei studiate.</li> <li>• Utilizează argumentat principii și formule specifice situației practice studiate.</li> <li>• Calculează corect.</li> <li>• Identifică în mod justificat soluții.</li> <li>• Argumentează soluțiile identificate/modurile de rezolvare.</li> <li>• Verifică experimental rezultatele.</li> </ul> |
| Responsabilitate și autonomie | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplică valorile eticii și deontologiei profesiei de inginer.</li> <li>• Practică raționamentul logic, evaluarea și autoevaluare în luarea deciziilor.</li> <li>• Comunică eficient despre activitățile de inginerie cu o gamă largă de public.</li> <li>• Este angajat în învățarea pe tot parcursul vieții pentru dobândirea și implementarea cunoștințelor, după cum este necesar, folosind strategii de învățare adecvate.</li> <li>• Selectează și analizează surse bibliografice.</li> <li>• Demonstrează autonomie în învățare</li> <li>• Își asumă în mod responsabil sarcinile profesionale și respectă normele de etică și deontologie profesională.</li> </ul> <p>Lucrează eficient ca membru în echipă sau lider al acesteia.</p>                                                                 |

## 8. Metode de predare

Pornindu-se de analiza caracteristicilor de învățare ale studenților și de la nevoile lor specifice, procesul de predare va explora metode de predare atât expositive (prelegerea, expunerea), cât și conversative-interactive, bazate pe modele de învățare prin descoperire facilitate de explorarea directă și indirectă a realității (experimentul, demonstrația, modelarea), dar și pe metode bazate pe acțiune, precum exercițiul, activitățile practice și rezolvarea de probleme.

În activitatea de predare conținutul va fi transmis direct, la tablă dar și prin materiale didactice care vor fi puse la dispoziția studenților. Fiecare curs va debuta cu recapitularea capitolelor deja parcurse, cu accent asupra noțiunilor parcurse la ultimul curs.

Prezentările utilizează imagini și scheme, astfel încât informațiile prezentate să fie ușor de înțeles și asimilat.

Această disciplină acoperă informații și activități practice menite să-i sprijine pe studenți în eforturile de învățare și de dezvoltare a unor relații optime de colaborare și comunicare într-un climat favorabil învățării prin descoperire.

Se va avea în vedere exersarea abilităților de ascultare activă și de comunicare asertivă, precum și a mecanismelor de construcție a feedback-ului, ca modalități de reglare comportamentală în situații diverse și de adaptare a demersului pedagogic la nevoile de învățare ale studenților.

## 9. Conținuturi

| CURS      |                                                                                                                                                                                                                                                                 |           |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Capitolul | Conținutul                                                                                                                                                                                                                                                      | Nr. ore   |
| I         | Spații metrice, normate și cu produs scalar. Exemple remarcabile: spații numerice, spații de șiruri, spații de funcții. Operatori liniari și mărginiți. Norme operatoriale (matriciale)                                                                         | 6         |
| II        | Convergență. Șiruri Cauchy. Spații metrice complete. Spații Banach și Hilbert                                                                                                                                                                                   | 4         |
| III       | Operatori pe spații metrice: funcții continue, contracții, aplicații nonexpansive. Principiul contracției al lui Banach                                                                                                                                         | 6         |
| IV        | Aplicații ale Principiului contracției: ecuații neliniare, convergența șirurilor definite recursiv, sisteme liniare (metoda lui Jacobi), ecuații diferențiale cu condiții inițiale, probleme cu valori la frontieră, ecuații integrale Fredholm de speta a doua | 6         |
| V         | Operatori pe spații Banach. Dualul unui spațiu Banach                                                                                                                                                                                                           | 2         |
| VI        | Operatori pe spații Hilbert. Puncte de optimă proximitate. Proiecții ortogonale                                                                                                                                                                                 | 4         |
|           |                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>28</b> |

### Bibliografie:

1. Bejenaru Andreea, Analiza reala, suport de curs electronic, <https://curs.upb.ro/2024/course/view.php?id=4680>
2. J.K. Hunter, B. Nachtergaele, Applied analysis, Wold Scientific, 2020.
3. A. Bejenaru, Algebră liniară și geometrie analitică (notiuni teoretice și probleme rezolvate), Ed. Fair Partners, 2017.
4. M. Postolache, Analiză matematică (Teorie și aplicații), Ed. Fair Partners, 2014.

| LABORATOR/ SEMINAR/PROIECT |                                                                                                                                                                                                                                                                 |           |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Nr. crt.                   | Conținutul                                                                                                                                                                                                                                                      | Nr. ore   |
| 1.                         | Spații metrice, normate și cu produs scalar. Exemple remarcabile: spații numerice, spații de șiruri, spații de funcții. Operatori liniari și mărginiți. Norme operatoriale (matriciale)                                                                         | 6         |
| 2.                         | Convergență. Șiruri Cauchy. Spații metrice complete. Spații Banach și Hilbert                                                                                                                                                                                   | 4         |
| 3.                         | Operatori pe spații metrice: funcții continue, contracții, aplicații nonexpansive. Principiul contracției al lui Banach                                                                                                                                         | 6         |
| 4.                         | Aplicații ale Principiului contracției: ecuații neliniare, convergența șirurilor definite recursiv, sisteme liniare (metoda lui Jacobi), ecuații diferențiale cu condiții inițiale, probleme cu valori la frontieră, ecuații integrale Fredholm de speta a doua | 6         |
| 5.                         | Operatori pe spații Banach. Dualul unui spațiu Banach                                                                                                                                                                                                           | 2         |
| 6.                         | Operatori pe spații Hilbert. Puncte de optimă proximitate. Proiecții ortogonale                                                                                                                                                                                 | 4         |
|                            | <b>Total:</b>                                                                                                                                                                                                                                                   | <b>28</b> |

### Bibliografie:

1. Bejenaru Andreea, Analiza reala, suport de curs electronic <https://curs.upb.ro/2024/course/view.php?id=4680>
2. J.K. Hunter, B. Nachtergaele, Applied analysis, Wold Scientific, 2020.
3. A. Bejenaru, Algebră liniară și geometrie analitică (notiuni teoretice și probleme rezolvate), Ed. Fair Partners, 2017.
4. M. Postolache, Analiză matematică (Teorie și aplicații), Ed. Fair Partners, 2014.



**Universitatea Națională de Știință și Tehnologie**  
**POLITEHNICA București**  
**Facultatea de Științe Aplicate**



**10. Evaluare**

|                                                                         |                                                                                      |                               |                              |
|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| Tip activitate                                                          | 10.1 Criterii de evaluare                                                            | 10.2 Metode de evaluare       | 10.3 Pondere din nota finală |
| 10.4 Curs                                                               | Nivelul și calitatea informației reținute și capacitatea de a o folosi în aplicații. | examen                        | 50%                          |
| 10.5 Seminar/laborator/proiect                                          | Implicarea în activitățile de seminar (răspunsuri, rezolvări de probleme, întrebări) | notarea participarii active   | 20%                          |
|                                                                         |                                                                                      | test de verificare pe parcurs | 30%                          |
| 10.6 Condiții de promovare                                              |                                                                                      |                               |                              |
| Prezența obligatorie la examen.<br>Obținerea a 50% din punctajul total. |                                                                                      |                               |                              |

Data completării

Titular de curs

Titular(ii) de aplicații

22.09.2025

Conf. dr. Bejenaru Andreea

As. drd. Gavrilă Daniela

Data avizării în  
departament

Director de departament

Prof. dr. Mihai Postolache

Data aprobării în  
Consiliul Facultății

Decan

Conf. dr Alina Claudia Petrescu-Niță